

Разность квадратов

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме:

1. Формулы сокращённого умножения.
2. Разность квадратов.
3. Разложение многочлена на множители.
4. Тождественные преобразования.
5. Вычисление значения числовых выражений.

Разность квадратов двух чисел равна произведению суммы этих чисел и их разности.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Применение:

- упрощение умножения многочленов;
- разложение многочлена на множители;
- вычисление значения числового выражения;
- тождественные преобразования.

Теоретический материал для самостоятельного изучения.

Вы знаете формулы квадрата суммы и квадрата разности.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Вы умеете выполнять умножение многочленов:

$$(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$$

Сегодня мы рассмотрим ещё одну формулу и покажем её справедливость, применив это правило.

Рассмотрим произведение:

$$(a + b)(a - b).$$

Применив правило умножения многочленов, и приведя подобные члены, получим:

$$(a + b)(a - b) = a^2 + ba - ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Формула разности квадратов.

Получено равенство, которое называют формулой разности квадратов.

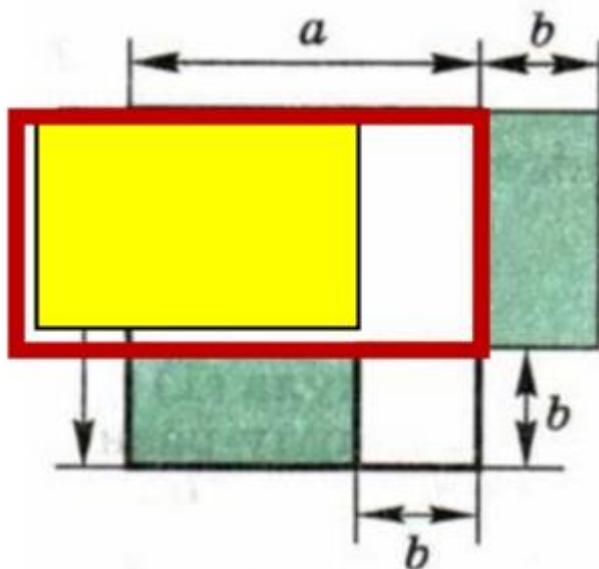
$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Читается так: разность квадратов двух чисел равна произведению суммы этих чисел и их разности. Формула задаёт разложение многочлена $a^2 - b^2$ на два множителя $(a + b)(a - b)$.

Формулу разности квадратов используют:

- для упрощения умножения многочленов;
- для разложения многочлена на множители;
- для упрощения вычислений.

Рассмотрим геометрическую иллюстрацию доказательства формулы разности квадратов для $a > 0$, $b > 0$, $a > b$.



1. $(a + b)(a - b)$ – это площадь прямоугольника с длинами сторон:

$$a + b \text{ и } a - b.$$

На рисунке выделена красным контуром, состоит из желтого и зеленого прямоугольников.

2. $a^2 - b^2$ – эта площадь (от большого квадрата со стороной a отрезали малый со стороной b) **состоит из желтого и зеленого прямоугольников.**

Площади составлены из одинаковых прямоугольников, значит, они равны.

Тождество.

Для преобразования выражений используют тождество:

$$(-a - b)(a - b) = -(a + b)(a - b) = -(a^2 - b^2) = b^2 - a^2$$

Примеры:

$$(-a - 5)(a - 5) = -(a^2 - 25) = 25 - a^2$$

Разбор решения заданий тренировочного модуля.

Задача 1.

Для упрощения умножения многочленов:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Примеры:

$$1. (x + 3)(x - 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9.$$

$$2. (2x + 3y)(2x - 3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = \\ = 4x^2 - 9y^2.$$

Задача 2.

Для разложения многочлена на множители:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Примеры:

$$1. x^2 - 25 = x^2 - (5)^2 = (x - 5)(x + 5)$$

$$2. 16a^2 - 81c^2 = (4a)^2 - (9c)^2 = (4a - 9c)(4a + 9c)$$

Задача 3.

Вычисление значений числовых выражений.

Вычислить: $51^2 - 49^2$.

1 способ:

$$51^2 - 49^2 = 2601 - 2401 = 200.$$

2 способ:

Представим как разность квадратов по формуле так:

$$(51 - 49)(51 + 49) = 2 \cdot 100 = 200.$$

В первом случае вы, вероятно, находили квадрат числа умножением в столбик, во втором случае устно.

Ответ: 200.

Домашнее задание: параграф 34, №870, 871