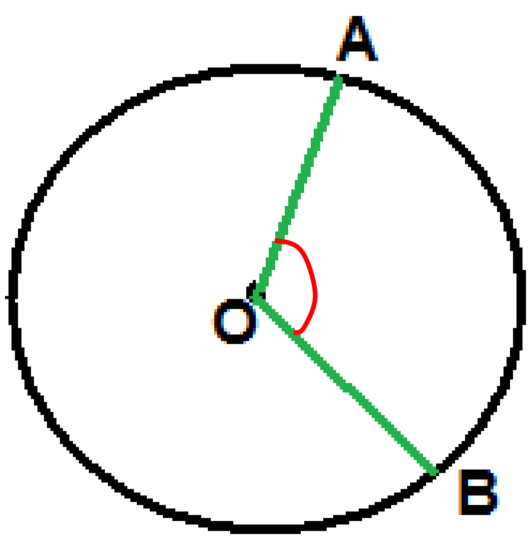
Окружность, круг и их элементы – задание №16

15.01.26г., 9 класс

- **Центральный** угол — угол с вершиной в центре окружности.
- ***Центральный угол равен градусной мере дуги на которую он опирается***

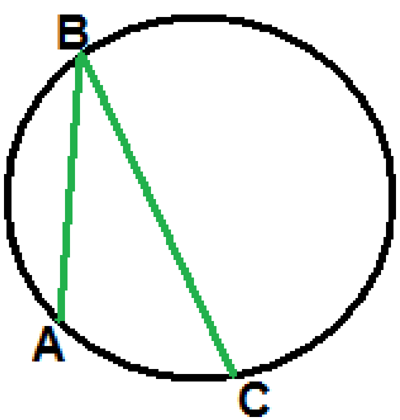
$\angle AOB$ – центральный угол; $\angle AOB = \smile AB$



ВПИСАННЫЙ И ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГЛЫ

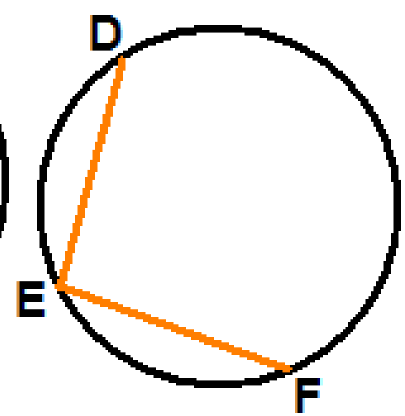
- Вписанный угол — угол, вершина которого лежит на окружности, а обе стороны пересекают эту окружность.
- Вписанный угол измеряется
- половиной дуги, на которую
- он опирается.

Вписанный угол, опирающийся на диаметр, - прямой



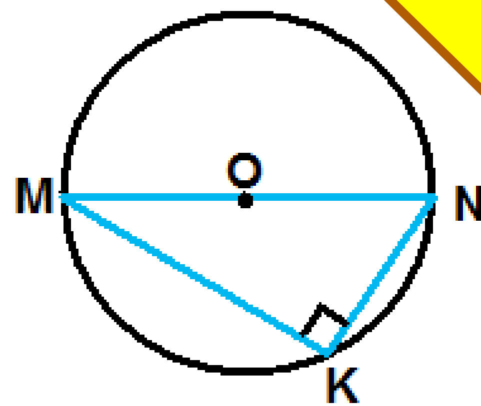
$\angle BAC$-вписанный

$\angle BAC = \frac{1}{2} \smile BC$



$\angle DEF$-вписанный

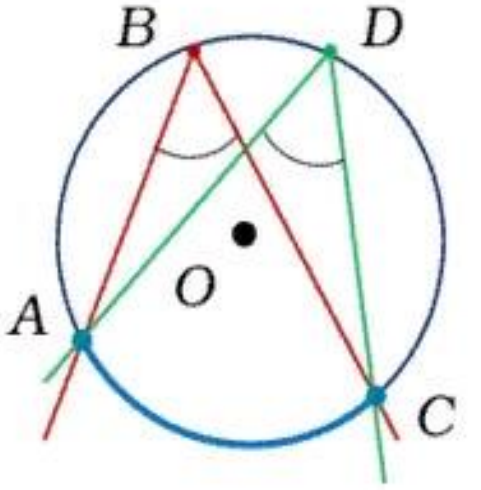
$\angle DEF = \frac{1}{2} \smile DF$



$\angle KMN$, $\angle NKM$, $\angle MNK$-вписанные.

$\angle NKM$ – прямой, равен 90°

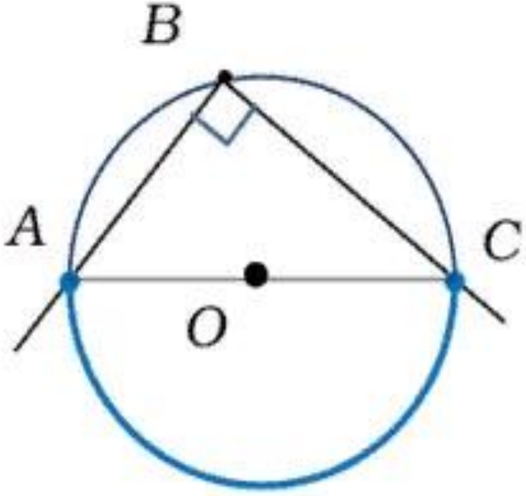
Следствие 1



Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

$\angle ABC = \angle ADC$

Следствие 2



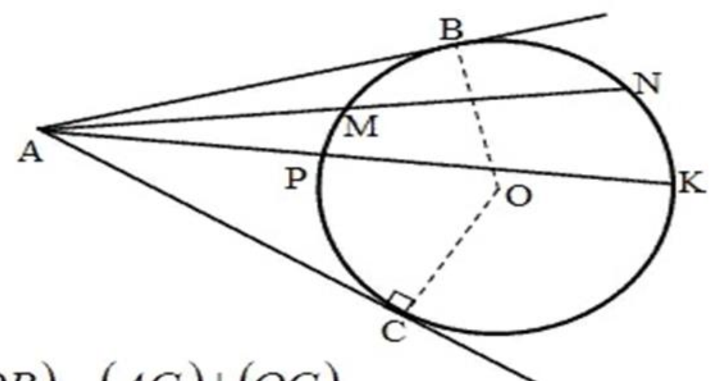
Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, равен 90^0.

$\angle ABC = 90^0$

Касательная и секущая

Касательная – прямая, имеющая с окружностью одну общую точку.

Секущая – прямая, имеющая с окружностью две общие точки.



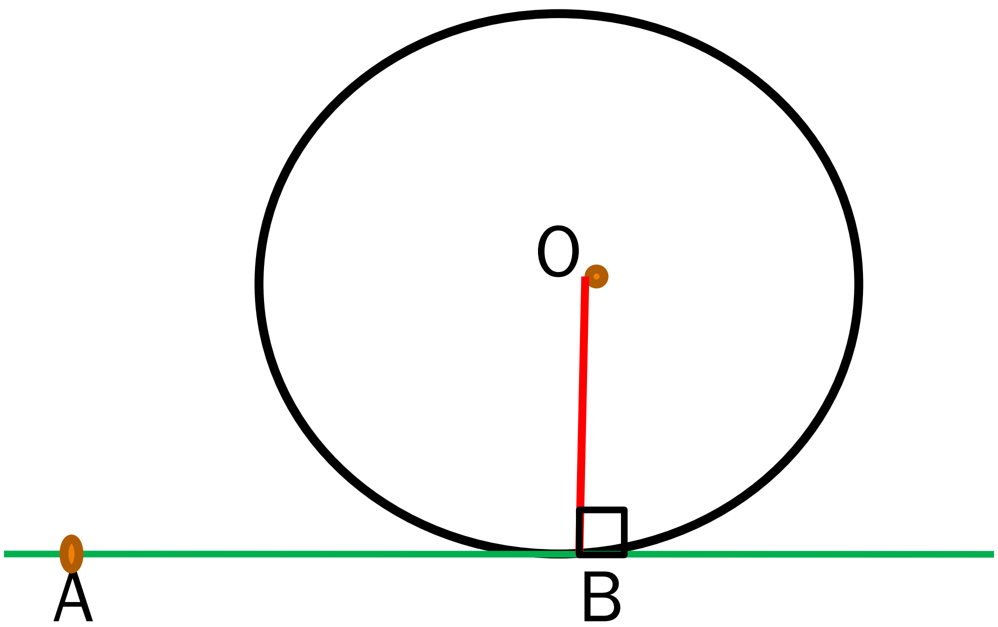
$$(AB)\perp(OB) \quad (AC)\perp(OC)$$

$$|AB| = |AC|$$

$$|AM|\cdot|AN| = |AP|\cdot|AK| = |AB|^2$$

Касательная к окружности

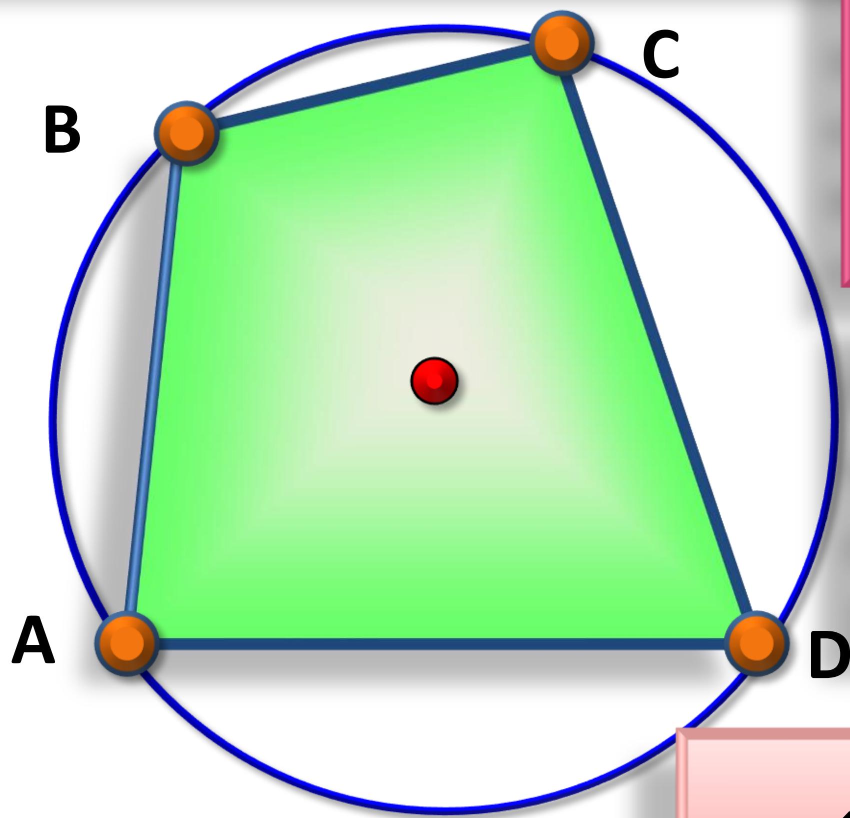
- Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведённому в точку касания.



$AB \perp OB$

Описанная окружность:

Окружность называется **описанной** около четырехугольника, если все его вершины лежат на данной окружности



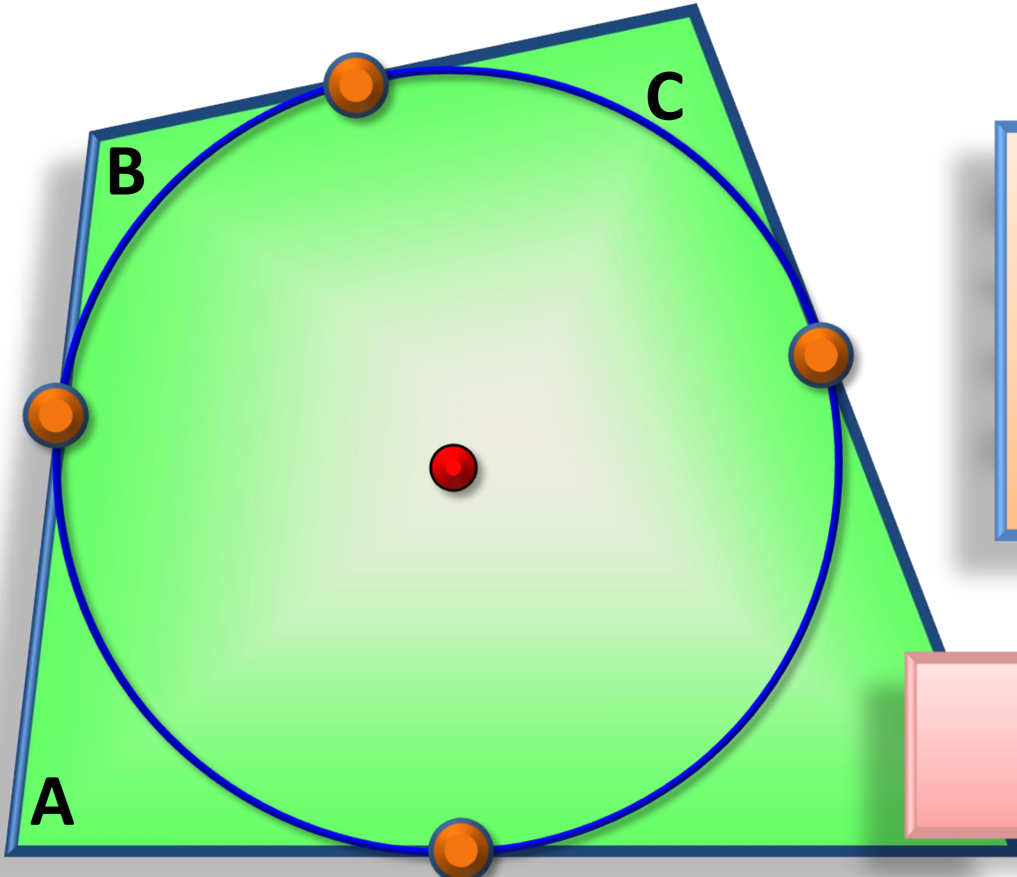
Четырехугольник называется **вписанным в окружность**, если все его вершины лежат на данной окружности

В любом вписанном четырёхугольнике сумма противоположных углов равна 180^0.

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^0$$

Вписанная окружность:

Если все стороны четырехугольника касаются окружности, то окружность называется вписанной

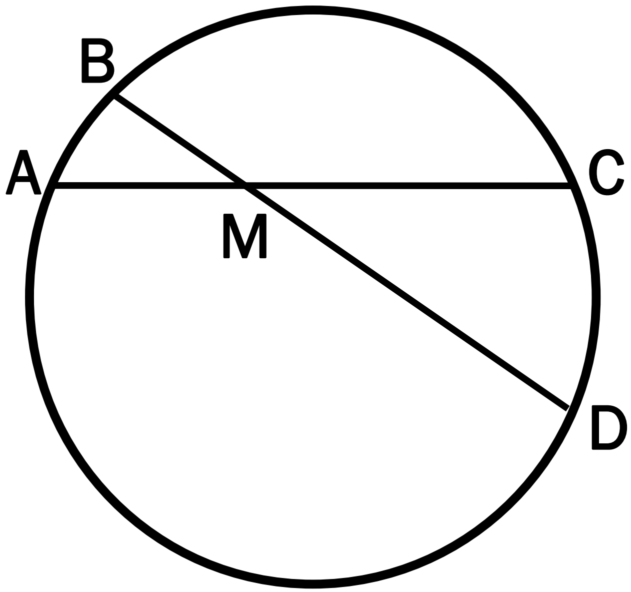


В любом описанном четырёхугольнике суммы противоположных сторон равны.

AB+CD=BC+AD

ХОРДЫ ОКРУЖНОСТИ

Если две хорды окружности пересекаются то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды



- AC и BD – хорды окружности.
- M – точка пересечения этих хорд.

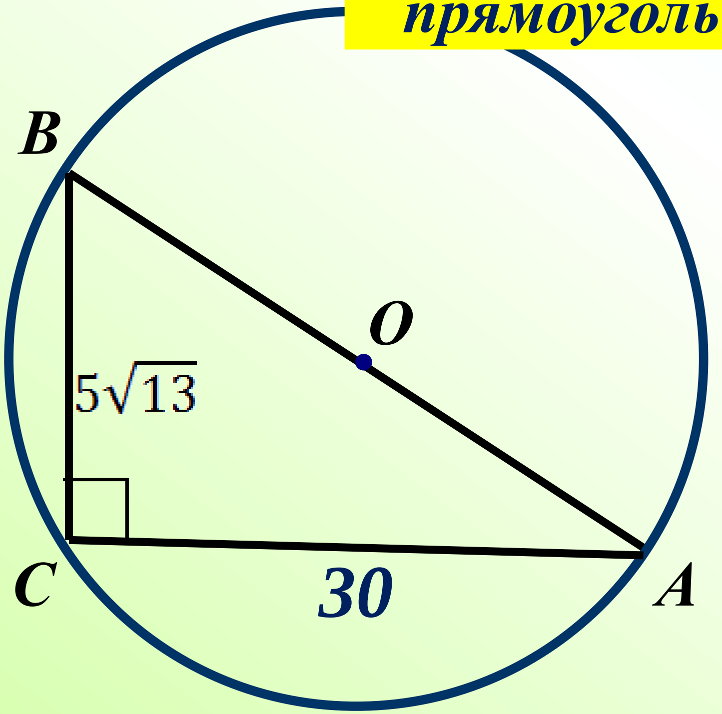
AM•MC=BM•MD

№ 1

В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, *AC* = 30 , *BC* =$5\sqrt{13}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

Решение:

Вписанный прямой угол опирается на диаметр окр
поэтому радиус окружности, описанной вок
прямоугольного треугольника, равен половине гип



По теореме Пифагора

$$AB = \sqrt{BC^2 + AC^2}$$

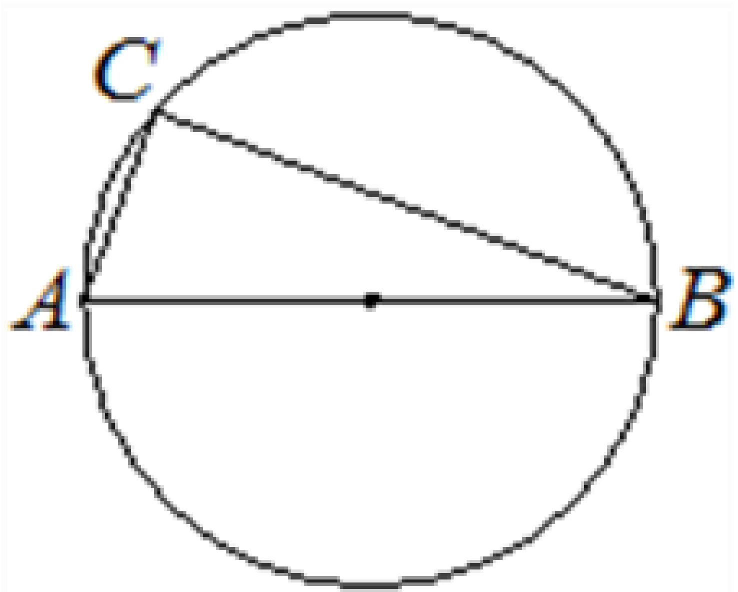
$$AB = \sqrt{30^2 + \left(5\sqrt{13}\right)^2}$$

$$AB = \sqrt{1225} = 35$$

$$R = 35:2$$

16	1	7	,	5		

Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 25. Найдите AC, если BC=48



1.∠ACB-вписанный, опирается на диаметр=> ∠ACB=90^0

2. ΔACB- прямоугольный, AB-гипотенуза

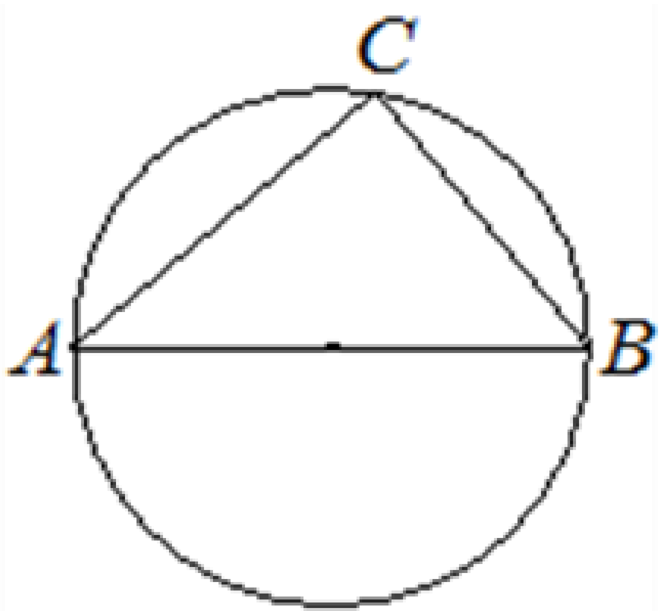
3.AB=2R, AB=2*25=50

4. По т. Пифагора найдем неизвестный катет: AC=

$$\sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{50^2 - 48^2} = \sqrt{196} = \\ = 14$$

Ответ:14

Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Найдите угол ABC, если угол BAC равен 44°. Ответ дайте в градусах.



Решение:

1.$\angle$ACB- вписанный, опирается на диаметр=> $\angle ACB=90^0$

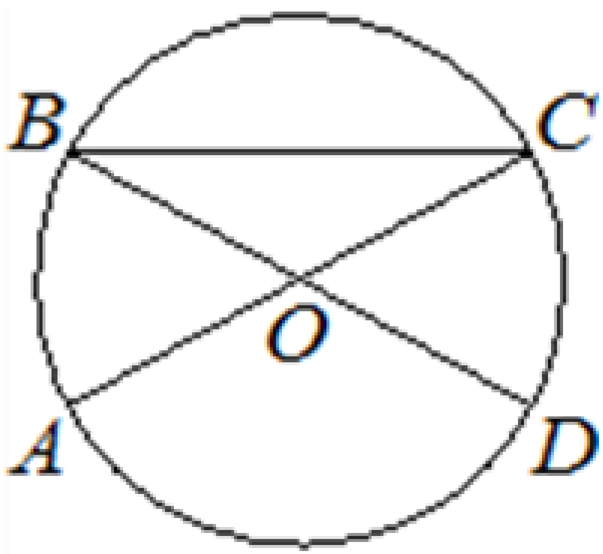
2.По свойству острых углов прямоугольного треугольника: $\angle CAB+\angle ABC=90^0$

3.$\angle ABC= 90^0- 44^0=46^0$

Ответ: 46

Центральный угол, вписанный угол, величина вписанного угла

В окружности с центром в точке O отрезки AC и BD — диаметры. Угол AOD равен 114°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.

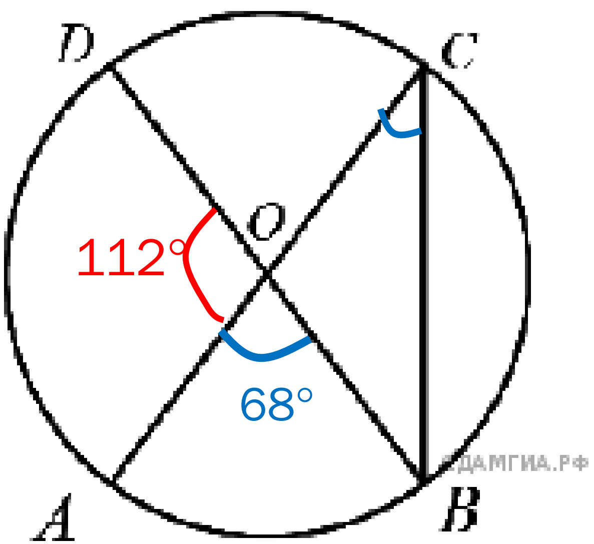


Решение:

1. $\angle BOC = \angle AOD$ (центральный)
2. дуга BC $=114^0$ (центральный угол равен величине дуги на которую опирается)
3. т.к AC- диаметр, то дуга ABC$=180^0$
4. дуга ABC равна сумме дуг AB и BC
5. дуга AB$=180^0-114^0=66^0$
6. $\angle ACB$- вписанный угол (величина вписанного угла равна половине дуги на которую он опирается)
7. $\angle ACB = \frac{1}{2}\, 66^0 = 33^0$

- Ответ: 33

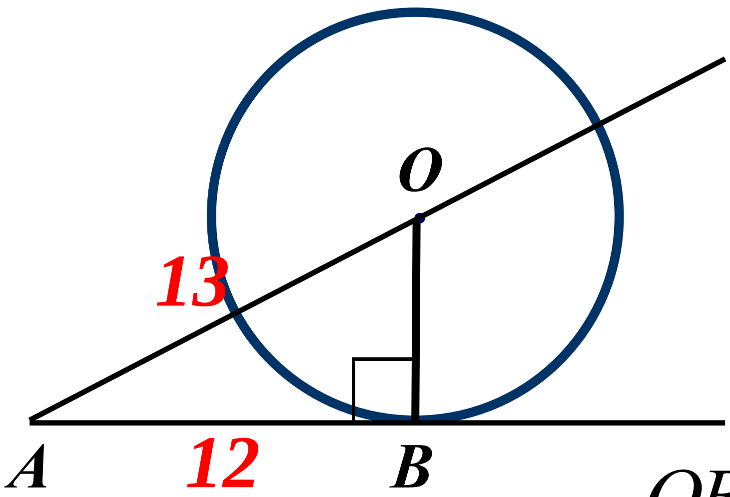
ЗАДАЧА 2.
В ОКРУЖНОСТИ С ЦЕНТРОМ *O AC* И *BD* — ДИАМЕТРЫ. ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ *AOD* РАВЕН 112°. НАЙДИТЕ ВПИСАННЫЙ УГОЛ *ACB*. ОТВЕТ ДАЙТЕ В ГРАДУСАХ.



- ∠COB и ∠ AOB – смежные, тогда ∠AOB=180°-112°=68°.
- Вписанному углу ACB соответствует центральный угол AOB, тогда
- ∠ACB=∠AOB:2.
- ∠ACB=68°:2=34°.

К окружности с центром в точке *O* проведены касательная *AB* и секущая *AO*. Найдите радиус окружности, если *AB* = 12 см, *AO* = 13 см.

Решение:



Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

$$OB \perp AB \Rightarrow \Delta AOB -$$ ***прямоугольный***

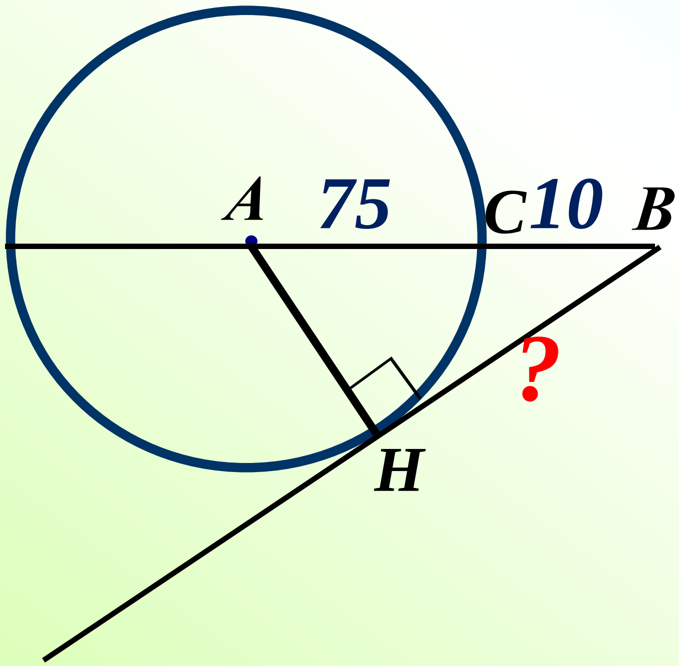
По теореме Пифагора:

$$AO^2 = OB^2 + AB^2 \quad \Rightarrow \quad OB^2 = AO^2 - AB^2$$

16 | 5

На отрезке *AB* выбрана точка *C* так, что *AC* = 75 и *BC* = 10. Построена окружность с центром *A*, проходящая через *C*. Найдите длину отрезка касательной, проведённой из точки *B* к этой окружности.

Решение:



Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.

$$AH \perp BH$$

$$\Rightarrow \Delta ABH -$$ ***прямоугольный***

По теореме Пифагора:

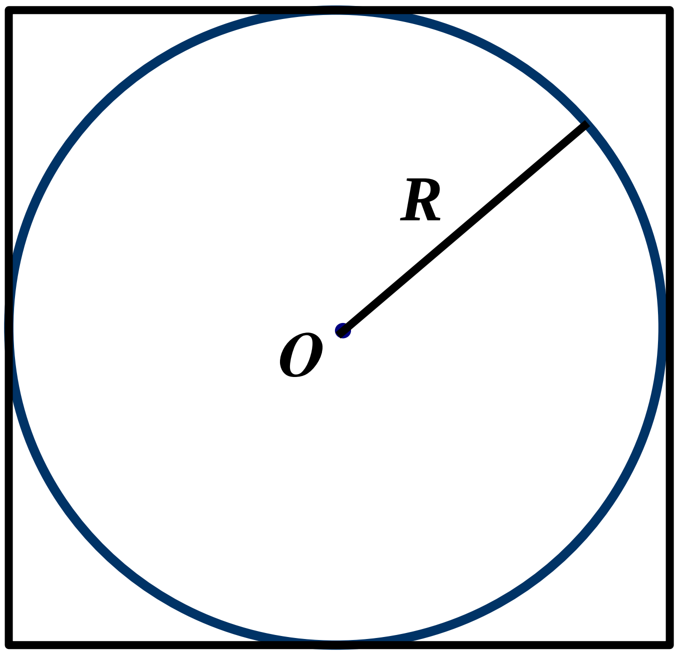
$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} =$$

$$= \sqrt{(AC + CB)^2 - AH^2}$$

16	4	0				

Окружность радиусом 39 вписана в квадрат. Найдите площадь квадрата.

Решение:



Сторона квадрата равна диаметру вписанной в него окружности

$$S = (2R)^2$$

$$S = (2 \cdot 39)^2 =$$

16	6	0	8	4		