

Добрый день, учащиеся 11 класса.

В тетради запишите число и тему урока.

Тема урока: «Решение показательных и логарифмических неравенств»

Дата: 17.03.25г.

Цель: повторить основные методы решения показательных и логарифмических неравенств.

### 1. НАПОМНИМ:

1.1 Показательные неравенства - это неравенства, в которых неизвестное

содержится в показателе степени.  $3^x \leq 9$ ;  $2^x + 5 \cdot 2^{x+1} > 11$

Простейшие показательные неравенства – это неравенства вида:

$$a^x > a^b \quad | \quad a^x \geq a^b$$
$$a^x < a^b \quad | \quad a^x \leq a^b$$

где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b$  – любое число.

1.2

1.3 Решение простейших показательных неравенств основывается на возрастании и убывании показательной функции: а)  $y = a^x$ ,  $a > 1$ , то функция возрастает; б)  $y = a^x$ ,  $0 < a < 1$ , то функция убывает.

Решение простейших показательных неравенств  $a > 0$ ,  $a \neq 1$

При решении простейших неравенств используют свойства возрастания или убывания показательной функции.

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}$$

$a > 1$  →  $f(x) > g(x)$  (Знак неравенства **Сохраняется**)

$0 < a < 1$  →  $f(x) < g(x)$  (Знак неравенства **Меняется**)

1.4

### 1.5. Примеры решения неравенств

Решите неравенство:

$$3^x > 81$$
$$3^x > 3^4 \quad \text{т.к. } 3 > 1, \text{ функция } \uparrow$$
$$x > 4$$

Решите неравенство:

$$2^{-3x} \geq \frac{1}{2};$$
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x} \geq \left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{т.к. } 0 < \frac{1}{2} < 1, \text{ то функция } \downarrow$$
$$3x \leq 1$$
$$x \leq \frac{1}{3}$$

## 2. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА.

2.1 Неравенства, содержащие неизвестное под знаком логарифма или в основании логарифма, называют **логарифмическими**.

2.2

**Простейшее логарифмическое неравенство имеет вид**

$$\log_a x > b$$

Знак неравенства может быть любым ( $<$ ,  $\geq$ ,  $\leq$ ), где  $a > 0, a \neq 1$

**Решение логарифмических неравенств основано на строгой монотонности логарифмической функции. Известно, что**

1. При основании, **большем единицы**, логарифмическая функция возрастает;
2. При **положительном основании, меньшем единицы**, логарифмическая функция убывает.

2.3 Решение логарифмических неравенств – составление системы неравенств!!!

**Логарифмическое неравенство вида**

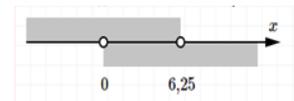
$$\log_a x < b \quad (1)$$

эквивалентно следующим системам неравенств:

$a > 1$	$0 < a < 1$
$\begin{cases} x < a^b \\ x > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x > a^b \\ x > 0 \end{cases}$

Решить неравенство:  $\log_{2,5} x < 2$ .

Решение:  $\begin{cases} x < 2,5^2 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 6,25 \\ x > 0 \end{cases}$



Ответ:  $x \in (0; 6,25)$ .

**Логарифмическое неравенство вида**

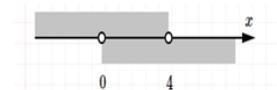
$$\log_a x > b \quad (2)$$

эквивалентно следующим системам неравенств:

$a > 1$	$0 < a < 1$
$\begin{cases} x > a^b \\ x > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x < a^b \\ x > 0 \end{cases}$

Решить неравенство:  $\log_{0,5} x > -2$ .

Решение:  $\begin{cases} x < 0,5^{-2} \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{0,5^2} \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > 0 \end{cases}$



Ответ:  $x \in (0; 4)$ .

2.4.Примеры решения неравенств:

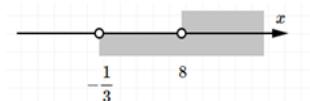
Совет: 1) число, стоящее в правой части неравенства заменить логарифмом или воспользоваться определением логарифма.

Пример:  $\log_5(3x+1) > 2$ ,  $2 = \log_5 25$ . Значит,  $\log_5(3x+1) > \log_5 25$ .

Следовательно:  $\begin{cases} 3x+1 > 25, a=5, 5 > 1, \text{ функция возрастает} \\ 3x+1 > 0, \text{ ОДЗ.} \end{cases}$

Решить неравенство:  $\log_5(3x+1) > 2$

Решение:  $\begin{cases} 3x+1 > 5^2 \\ 3x+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x > 25-1 \\ 3x > -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 8 \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases}$



Ответ:  $x \in (8; +\infty)$ .

3. Учебник, страница 333; № 903(2,4), № 905(2), 910 (2), 912.